



# LA METAFÍSICA DE ORDEN SUPERIOR: EL CASO DEL REALISMO FREGEANO

HIGHER-ORDER METAPHYSICS: THE CASE OF FREGEAN REALISM

Felipe Esteban Carrasco Figueroa<sup>1</sup>

Pontificia Universidad Católica de Chile

Recibido: 08.01.2024 - Aceptado: 27.02.2024

## RESUMEN

La metafísica de orden superior es un programa de investigación emergente que pretende dar cuenta de los problemas metafísicos usando las herramientas de la lógica de orden superior. En este estudio crítico se muestran algunos de los antecedentes relevantes que llevaron a este cambio de paradigma que se está produciendo en la metafísica analítica. Dentro de este contexto, se analiza el caso del realismo fregeano. Se trata de un movimiento reciente que usa los recursos de la lógica de orden superior para articular una teoría de propiedades y proposiciones. La idea central de esta concepción es que las propiedades no son objetos, sino las condiciones de satisfacción de los predicados. Esta distinción excluyente entre propiedades y objetos se aplica a diferentes problemas metafísicos. Para el realismo fregeano estos puzzles se presentan como pseudo problemas que surgen por hablar de las propiedades como si fuesen objetos.

Palabras clave: Metafísica de orden superior; Propiedades; Propositiones; Realismo fregeano; Cuantificación.

## ABSTRACT

Higher-order metaphysics is an emerging research program that aims to account for metaphysical problems using the tools of higher-order logic. This critical study shows some of the relevant antecedents that led to this paradigm shift that is occurring in analytical metaphysics. Within this context, the case of Fregean realism is analysed. This is a recent movement that uses the resources of higher-order logic to articulate a theory of properties and propositions. The central idea of this conception is that properties are not objects, but rather the conditions of satisfaction of predicates. This exclusive distinction between properties and objects applies to different metaphysical problems. For Fregean realism, these puzzles are presented as pseudo problems that arise from talking about properties as if they were objects.

Keywords: Higher-order metaphysics; Properties; Propositions; Fregean realism; Quantification.

---

<sup>1</sup> [fescarrasco@uc.cl](mailto:fescarrasco@uc.cl)

En los últimos años la metafísica de orden superior ha capturado la atención de la comunidad de filósofos. Se trata de un programa de investigación emergente que, si bien conecta con áreas cercanas como la filosofía de la lógica, la filosofía de las matemáticas y filosofía del lenguaje, pretende dar cuenta de problemas *metafísicos* usando las herramientas de la lógica de orden superior. Este campo es relativamente nuevo, pero venía desarrollándose desde el siglo pasado. Por ello, en este estudio crítico se van a mostrar algunos de los antecedentes relevantes que llevaron a este cambio de paradigma que se está produciendo en la metafísica analítica. Dado que se trata de un área de estudio amplia, es natural encontrar diferentes posiciones. Algunos se muestran más entusiastas, mientras que otros observan con sospecha. De la pluralidad de posiciones que se pueden encontrar en la metafísica de orden superior, en este trabajo se analiza el caso del realismo fregeano. Se trata de un movimiento reciente que usa los recursos de la lógica de orden superior para articular una teoría de propiedades y proposiciones. La idea central de esta concepción es que las propiedades no son objetos, sino las condiciones de satisfacción de los predicados. Se busca aplicar esta distinción excluyente entre propiedades y objetos a problemas metafísicos. Para el realismo fregeano estos puzzles se presentan como pseudo problemas que surgen por hablar de las propiedades como si fuesen objetos.

En la sección 1 serán presentados los antecedentes y motivaciones de la adopción de la lógica de orden superior. Se rastreará el realismo fregeano hasta las ideas de Prior (1971) y Boolos (1984, 1985). En la sección 2 se presentan las ideas centrales del realismo fregeano siguiendo las formulaciones de Trueman (2021). En la sección 3 se explica el rendimiento de esta teoría de propiedades en algunos problemas metafísicos. Específicamente, se mostrarán: la paradoja del concepto *caballo*, el problema de los universales, la cuestión de si las propiedades son aristotélicas o platónicas, y el problema de la unidad de la proposición.

## 1. ANTECEDENTES Y MOTIVACIONES

En los últimos años ha resurgido el interés por los lenguajes de orden superior. Estos lenguajes formales admiten cuantificaciones en posiciones sintácticas distintas a las nominales. En los enfoques de orden superior son lícitas las cuantificaciones en cualquier posición gramatical, ya sean predicados, oraciones u operadores oracionales (Bacon 2023). Si bien los primeros sistemas lógicos modernos del siglo XX —impulsados por Frege, Peano, Russell y Whitehead— eran

sistemas de orden superior, ya a finales de los años 30 la lógica de primer orden se había establecido como *la* lógica. Desde ese entonces la lógica de segundo orden quedó desplazada respecto de la lógica de primer orden, la cual se asentó como estándar para la teorización matemática y filosófica. Sin embargo, al menos en principio, los lógicos y matemáticos de la época no distinguían entre lógica de primer orden y lógica de segundo orden. Cuando dicha distinción fue reconocida, los lenguajes de primer orden se consideraron, a lo sumo, como subsistemas lógicos (Löwenheim 1915; Hilbert y Ackermann 1928), pero no se dissociaban de los sistemas ‘enteros’ que eran, de hecho, de orden superior. Hilbert, por ejemplo, consideraba el ‘cálculo funcional restringido’ (i.e. lógica de primer orden) como una parte de su versión de la teoría de tipos ramificada. Si bien este cálculo funcional era útil para la formalización de sistemas deductivos, resultaba inadecuado para el tratamiento de la teoría de conjuntos y el principio de inducción matemática. La teoría de tipos ramificada, en cambio, permitía acomodar nociones conjuntistas (unión, conjunto potencia, relación de pertenencia) y el mismo principio de inducción por medio de la cuantificación sobre proposiciones y funciones (Moore 1988; Shapiro 1991, 179-181).

Entonces cabe preguntarse por las razones del triunfo histórico de la lógica de primer orden. No hay una respuesta directa a esa interrogante, pues la emergencia de la lógica de primer orden como la lógica estándar involucra muchos supuestos técnicos, diferentes concepciones de qué y para qué es la lógica, y también la influencia de varios autores de sus respectivas tradiciones —e.g. la escuela algebraica de Boole y Schröder, la tradición logicista de Frege y Russell, o la corriente matemática de Dedekind, Hilbert y Peano—. Sin embargo, es posible identificar al menos dos grandes motivos por los cuales la lógica de primer orden se volvió la lógica estándar. El primero de ellos tiene que ver con la fundamentación de las matemáticas y los sistemas formales. Según Shapiro (1991) y Moore (1988), la ‘propuesta Skolem-Gödel’ tuvo una influencia decisiva en la adherencia histórica a la lógica de primer orden por parte de muchos lógicos y filósofos. Hay que advertir que ni Skolem ni Gödel formulan esta propuesta de manera explícita. De hecho, se ha llegado a sostener que no hay tal propuesta (cf. Eklund 1996). Con todo, vale la pena mencionar el trabajo de Skolem (1922), en el que se presenta la primera axiomatización de primer orden de la teoría de conjuntos de Zermelo, se prueba una versión del teorema de Löwenheim-Skolem descendente para lógica de primer orden, y se extrae la paradoja de Skolem. Si bien el hecho de que la lógica de primer orden posea la propiedad Löwenheim-Skolem descendente fue un incentivo para trabajar en un esquema de primer orden, nuevamente hay que enfatizar en que Skolem no argumenta explícitamente a favor de la lógica de primer orden. Skolem muestra estos resultados a modo de crítica a la fundamentación de la teoría de conjuntos (Ewald 2018). Por su parte, los

teoremas de Gödel esclarecieron importantes diferencias metalógicas entre la lógica de primer orden y la lógica de orden superior. La lógica de primer orden es completa y satisface la compacidad y el teorema Löwenheim-Skolem descendente. La lógica de segundo orden no. Sin embargo, similar al caso de Skolem, Gödel nunca defendió explícitamente, ni restringió sus formulaciones, a lógica de primer orden. De hecho, Gödel (1931) trabaja con una versión de la teoría de tipos. Entonces, sí es dudoso que exista algo así como una ‘propuesta explícita’, aun cuando los trabajos de Skolem y Gödel fueron influyentes en la emergencia de la lógica de primer orden. Esto no excluye la posibilidad de que la lógica de primer orden haya surgido por otras causas. Por ejemplo, Eklund (1996, 161-165) sugiere prestar atención al análisis de la cuantificación en los años 1920 y a la relación entre la aceptación de la lógica de primer orden y los análisis de Tarski de las nociones de verdad lógica y consecuencia lógica en la teoría de modelos.

El otro gran motivo —más relevante para efectos de este trabajo—, por el cual la lógica de primer orden se prefirió para la teorización filosófica, tiene que ver con la enorme influencia del pensamiento de Quine (1961, 1970), específicamente sus ideas acerca de lo que hay y acerca de las condiciones de identidad de las entidades. Primero, según Quine, la tarea de la ontología es especificar qué hay o qué existe. El método quineano consiste en extraer el compromiso ontológico de las teorías mejor justificadas de la ciencia natural. Estas teorías deben ser regimentadas en lógica de primer orden. Una formalización de primer orden muestra qué tipo de entidades son aquellas sobre las cuales se cuantifica. La existencia de dichas entidades es implicada por las teorías y requeridas para su verdad. Entonces, dicho de otra forma, se está comprometido ontológicamente con las entidades requeridas como valores de las variables ligadas para que las mejores teorías de las ciencias naturales sean verdaderas. *Ser es ser el valor de una variable ligada*. Por ejemplo, la física puede decir que hay electrones. Formalmente:  $\exists x Ex$ . El valor de la variable ‘ $x$ ’ ligada por la cuantificación existencial debe tener como rango electrones para que la teoría física sea verdadera. De esta manera, la teoría está comprometida ontológicamente con electrones. Nótese que el rango de las variables son siempre individuos, de modo que solo existe un tipo de entidad: los objetos. Es la lógica de primer orden la que es preferida para la regimentación y no se admiten cuantificaciones de segundo orden porque estas implicarían compromisos existenciales con propiedades. En efecto, expresiones como ‘ $\exists X Xa$ ’ introducen propiedades para la verdad de las teorías. Se ha sostenido que este es un aspecto objetable de la posición de Quine, pues se estaría prejuzgando contra los realistas de propiedades. Sin embargo, esto lleva al segundo punto. El motivo por el cual Quine se opone a la postulación de propiedades tiene que ver con el hecho de que son entidades intensionales, no extensionales, de modo que no poseen condiciones de identidad precisas. *No hay entidad sin identidad*. Ahora bien, se pueden tomar las variables de orden superior si se

tiene como rango entidades ‘respetables’ y extensionales como las clases. En efecto, las condiciones de identidad para las clases se pueden especificar apelando al axioma de extensionalidad de la teoría de conjuntos. Sin embargo, en ese caso ya se han traspasado los límites de la lógica y se ha entrado en terreno de la teoría de conjuntos. La lógica de segundo orden sería teoría de conjuntos disfrazada (Quine 1970). La noción de predicación debería reemplazarse por la de membresía. Expresiones del tipo ‘ $\exists X Xa$ ’ no deben entenderse como ‘alguna propiedad es poseída por  $a$ ’, sino como ‘ $\exists x a \in x$ ’, es decir,  $a$  es miembro de algún conjunto.

La enorme influencia del ideario quineano se ha prolongado hasta la actualidad y solo recientemente ha ido en declive. Eso, sin embargo, no significa que no haya habido resistencia. Algunas reacciones tempranas vinieron de Prior (1971) y Boolos (1984, 1985), quienes defendían cuantificaciones de orden superior irreducibles a las de primer orden. Ambos proponían, contra Quine, que las cuantificaciones no nominales no implican compromisos ontológicos con entidades más allá de aquellas con las cuales ya nos encontramos comprometidos. Las cuantificaciones de segundo orden son inocentes. Son los cuantificadores de primer orden los que generan compromisos ontológicos (cf. Boolos 1984). Algunos argumentos a favor de estas ideas son esbozados por Prior (1971 31-47). Al considerar expresiones como “ $x$  es pelirrojo” cabe preguntarse qué designa la variable  $x$ . En un primer sentido puede designar que se trata de un espacio para un nombre, como “Pedro”, y en un segundo sentido puede designar un individuo u objeto (e.g. el individuo Pedro). En expresiones como “Pedro  $\phi$  Juan”, la expresión  $\phi$  en un primer sentido puede designar un espacio para un verbo transitivo (e.g. “golpear”), pero preguntarse qué designa en el segundo sentido es absurdo, pues este tipo de expresión no cumple el rol de designar objetos. Además, Prior nota que hay cuantificaciones idiomáticas en inglés como *something* (“algo”, adjetival) o *somehow* (“de alguna forma”). Estas cuantificaciones no nominales se manifiestan en oraciones como la siguiente: “Yo lo herí de alguna manera” (i.e.  $\exists s sHab$ )<sup>2</sup>. Es decir, hay alguna manera en que  $a$  (supóngase, yo) herí a  $b$  de alguna manera. Esto puede parecer un compromiso ontológico con ‘maneras’ o ‘formas’ (*ways*). Sin embargo, dado que el tipo de expresión sobre la cual se está cuantificando —a saber, el adverbio— no refiere, pues no es el tipo de expresión que cumple el rol de designar objetos, entonces esta cuantificación no nominal no implica un compromiso ontológico (este es el argumento a partir de las instancias; cf. Rayo y Yablo 2001, 80-81).

Para algunos filósofos el hecho de que la cuantificación de segundo orden sea inocente ontológicamente habilita el uso de estos recursos de orden superior.

<sup>2</sup> Aquí la expresión “de alguna manera” (*somehow*),  $s$ , debe entenderse como un functor de predicado (tomando la notación de Sider 2022). Gramaticalmente se trataría de una modificación adverbial del predicado “herir”.

Sin embargo, también hay motivaciones que *urgen* su uso. Boolos (1984) ha enfatizado que las expresiones de segundo orden son necesarias para formalizar algunas oraciones del lenguaje natural. Un caso es la bien conocida oración Geach-Kaplan: *some critics admire only one another*. Esta oración no puede ser simbolizada en lógica de primer orden, pero sí en lógica de segundo orden:

$$(1) \exists X (\exists x Xx \wedge \forall x \forall y ((Xx \wedge Axy) \rightarrow (x \neq y \wedge Xy)))$$

La razón es que esta oración contiene formas plurales. Lo mismo ocurre para oraciones como *There are some horses that are all faster than Zev and also faster than the sire of any horse that is slower than all of them*.

Otro motivo que impulsa el uso de las cuantificaciones de orden superior tiene que ver con la generalidad absoluta (Williamson 2003, 426). Una lectura objetual de las cuantificaciones que tienen como rango absolutamente todos los objetos que hay, genera una versión de la paradoja de Russell. Simplificando la formulación de Williamson, supóngase que  $I(R)$  es una interpretación.

$$(2) \forall x (x \text{ es } P \text{ en } I(R)) \leftrightarrow \neg (x \text{ es } P \text{ en } x)$$

Si la cuantificación es irrestricta, es decir, si tiene como rango todos los objetos, entonces se puede tomar  $I(R)$  como el valor de  $x$ :

$$(3) (I(R) \text{ es } P \text{ en } I(R)) \leftrightarrow \neg (I(R) \text{ es } P \text{ en } I(R))$$

Claramente (3) es una contradicción. Williamson dice que el absolutista necesita cuantificaciones de orden superior (455). Una interpretación no es el tipo de cosa que puede estar en el rango de una cuantificación irrestricta de primer orden. Consecuentemente, las interpretaciones tampoco pueden ser objetos. Williamson (2013) se alinea con Prior y Boolos cuando sostiene que la cuantificación de orden superior es *sui generis*. Además, una semántica precisa debe formularse en un metalenguaje de orden superior, con cuantificadores de primer orden irrestrictos y cuantificadores de orden superior irreductibles a cuantificadores de primer orden (236).

El uso y aplicación de los recursos de la lógica de orden superior a problemas metafísicos ha abierto el programa de investigación de la metafísica de orden superior. Esta aproximación ofrece nuevos puntos de vista a viejos problemas y asume los desafíos propios de las herramientas de la lógica de orden superior. Si este programa de investigación es o no exitoso, si puede o no resolver los viejos problemas que promete resolver, son cuestiones que solo se pueden conocer haciendo metafísica de orden superior. Diferentes investigadores comparten el mismo espíritu. Williamson (2013) dice:

Hablar, como la vida en su conjunto, es un negocio inherentemente riesgoso. Debemos seguir adelante lo mejor que podamos, retrocediendo

cuando las cosas van mal en lugar de esperar una garantía por adelantado de que no van a salir mal. (258)

También Dorr (2016):

Y la exploración apenas ha comenzado: hay todo un continente de puntos de vista esperando a ser mapeados, y en este punto sólo podemos adivinar cuál de ellos parecerá más creíble a largo plazo. ¡Adelante! (84)

Incluso si el programa de investigación no tiene respuestas claras, o si simplemente *no* tiene respuestas, queda, como dice Sider (en curso de publicación), “el valor de la cartografía del espacio lógico” (2). Los denominados “realistas fregeanos” siguen este espíritu.

## 2. EL REALISMO FREGEANO

El realismo fregeano es un movimiento reciente que incorpora elementos de la lógica de orden superior para dar cuenta de muchas cuestiones metafísicas (Jones 2016; Trueman 2021). Si bien muchas ideas de este movimiento son de origen fregeano, no se trata de una reconstrucción histórica de las ideas de Frege. Quien más rigurosamente ha articulado esta posición es Robert Trueman (2021) en su obra *Properties and Propositions: The Metaphysics of Higher-Order Logic*. Las formulaciones de este trabajo seguirán las ideas de Trueman.

El realismo fregeano es una teoría de propiedades y proposiciones cuya idea central es que las propiedades no son objetos. Se sigue la intuición fregeana de que hay una división excluyente entre los objetos y las propiedades. Objeto es cualquier cosa a la que se puede hacer referencia con términos singulares y todo lo que se encuentre en un dominio de cuantificación de primer orden (en efecto, cuantificadores de primer orden ligan variables en posición nominal; por ejemplo:  $\exists x$  ( $x$  es filósofo) donde la variable  $x$  está en posición de término singular y puede ser satisfecha por objetos como Platón). Propiedad es todo aquello a lo que se puede hacer referencia con predicados y todo lo que se encuentre en un dominio de cuantificación de segundo orden (pues cuantificadores de segundo orden ligan variables en posición de predicado. Por ejemplo:  $\exists X$  ( $X$  (Platón)) donde  $X$  está en posición de predicado; la cuantificación indica que Platón tiene alguna propiedad). De esta forma, los objetos son existentes de primer orden y las propiedades son existentes de segundo orden. Si objetos y propiedades existen de distinta manera, entonces ambos dominios no se superponen. Por tanto, ninguna propiedad es objeto.

Los realistas fregeanos argumentan que términos<sup>3</sup> y predicados no pueden ser co-referenciales. Trueman parte de la premisa de que términos y predicados

<sup>3</sup> De ahora en adelante, con “término” se quiere decir término singular.

no son sustituibles entre sí. La noción de sustitución ofrecida por Trueman es una sustitución de sentidos (*sense-substitution*) (13):

Sustituir el sentido de  $\beta$  por la ocurrencia de  $\alpha$  en una oración significativa  $\Phi(\alpha)$  es construir una oración significativa  $\Psi(\gamma)$  tal que:

$$\Psi(\gamma) \approx \Phi(\alpha)$$

$$\gamma \approx \beta$$

donde ‘ $\approx$ ’ es la abreviación de ‘tener el mismo sentido que’. El sentido de una oración determina sus propiedades lógicas y el sentido de una expresión suboracional es la contribución de esa expresión al sentido de la oración en la que aparece. Esto permite especificar los sentidos de términos y predicados. Los términos contribuyen al sentido de las oraciones al seleccionar objetos, mientras que los predicados contribuyen al sentido de las oraciones al decir cosas de los objetos. Las contribuciones son diferentes, pero complementarias. El rol semántico del predicado se define con relación al rol semántico del término. El predicado dice algo de un objeto que es referido por un término. El rol del término se define por sí mismo: seleccionar objetos. Predicados y términos funcionan en conjunto.

Trueman aplica la sustitución de sentidos para justificar que términos y predicados no son intersustituibles. En primer lugar, no es posible sustituir predicados por términos. Supóngase que se quiere sustituir el predicado ‘ser sabio’ por ‘Sócrates’ en ‘los filósofos aman a Sócrates’. Haciendo las modificaciones gramaticales relevantes<sup>4</sup> el resultado sería ‘los filósofos aman la sabiduría’. Esto, empero, no parece ser el resultado de una sustitución de sentido. En efecto, la sustitución solo sería válida si:

$$(4) \text{ ‘Los filósofos aman a } x \text{’} \approx \text{ ‘Los filósofos aman a } x \text{’}$$

$$(5) \text{ ‘sabiduría’} \approx \text{ ‘} x \text{ es sabio’}$$

El problema es que mientras (4) es verdadera, (5) es falsa. ‘ $x$  es sabio’ y ‘sabiduría’ son expresiones con sentidos distintos; el primero es un predicado (cuyo rol es decir algo de algo) y el segundo es un término (cuyo rol es referir a la sabiduría). De manera análoga, el autor sostiene que no es posible sustituir términos por predicados. Sustituir el término ‘sabiduría’ por el predicado ‘ser sabio’ en ‘Sócrates es sabio’ resultaría (con las modificaciones gramaticales relevantes<sup>5</sup>): ‘Sócrates instancia la sabiduría’. Esto, empero, no es el resultado de una sustitución de sentido, a menos que:

$$(6) \text{ ‘} X \text{ (Sócrates)’} \approx \text{ ‘} X \text{ (Sócrates)’}$$

<sup>4</sup> Las modificaciones son importantes para evitar desastres gramaticales como ‘los filósofos aman ser sabio’ producto de sustituciones simples (pues en este caso se estaría reemplazando el predicado ‘ser sabio’ por ‘Sócrates’ sin ninguna cualificación adicional).

<sup>5</sup> Nuevamente para evitar desastres como ‘Sócrates sabiduría’.

(7) ‘ $x$  instancia la sabiduría’  $\approx$  ‘sabiduría’

Sin embargo, si bien (6) es evidente, (7) es falsa. ‘ $x$  instancia la sabiduría’ y ‘sabiduría’ no tienen el mismo sentido. El primero es un predicado (dice de un objeto que instancia la sabiduría) y el segundo un término (refiere a la sabiduría). De estas consideraciones, Trueman concluye que términos y predicados no son intersustituibles en ninguna parte.

Esta conclusión se lleva adelante para mostrar que términos y predicados no pueden co-referir. Para ello se distingue entre dos tipos de referencia: uno para términos singulares y otro para predicados. El autor plantea esta distinción porque el desentrecomillado es esencial a la referencia:

(D) ‘Sócrates’ refiere a Sócrates

pero (D) solo parece funcionar con términos. Desentrecomillar predicados genera problemas como:

(Dp) ‘ $x$  es sabio’ refiere a es sabio

lo cual es agramatical. El desentrecomillado es esencial a la referencia. Si no es posible desentrecomillar predicados, entonces los predicados no refieren. Nótese que esta idea se asemeja a las de Prior revisadas en la sección anterior. Sin embargo, Trueman cree que los predicados sí refieren y argumenta que (D) no es adecuado para la referencia de predicados, pues tiene la forma ‘ $x$  refiere a  $y$ ’, donde el segundo argumento de la relación se satura con un término, no con un predicado. Para expresar referencia de predicados se requiere una expresión de la forma:  $R(x, Y)$ . Donde  $x$  es para un término que refiere a un predicado, e  $Y$  es un predicado (51). Ambos tipos de expresiones no refieren de la misma manera y, por tanto, no pueden co-referir. Sin embargo, la idea de Trueman es todavía más fuerte (y polémica respecto de la disolución de la paradoja del concepto caballo que aborda en el capítulo 9 de su obra): es un *sinsentido* que términos y predicados sean co-referenciales. No tiene sentido decir que las propiedades son objetos.

La referencia de predicados de la forma  $R(x, Y)$  es solo provisoria. Trueman propone una noción más precisa para la referencia de predicados (71):

(S)  $\forall y (y \text{ satisface } x \leftrightarrow Yy)$

Decir que un predicado refiere a una propiedad es decir que el predicado tiene una condición de satisfacción. Por ejemplo, para el predicado ‘ $x$  es caballo’:

(Si)  $\forall y (y \text{ satisface } \text{‘}x \text{ es caballo’} \leftrightarrow y \text{ es caballo})$

Con esto el autor muestra una noción central de esta teoría de propiedades: las propiedades *son* condiciones de satisfacción. Dar cuenta del rol de un predi-

cado es especificar las condiciones bajo las cuales un objeto satisfaría ese predicado. Con esto el realismo fregeano pretende disolver el viejo debate entre los defensores del realismo de propiedades y los nominalistas. No hay grandes diferencias entre ambas posiciones. La única diferencia importante es que el realista no tendría problema en admitir una generalización de segundo orden de (S), mientras que el nominalista no estaría dispuesto a aceptar tal cosa, pues:

$$(S_i) \exists Y \forall y (y \text{ satisface 'x es caballo' } \leftrightarrow Yy)$$

implicaría cuantificar sobre propiedades. Sin embargo, esto se disuelve apelando al neutralismo sobre la cuantificación. Esto es, la idea de que las cuantificaciones no implican compromisos ontológicos. El argumento de Trueman es similar a la idea de Prior que se expuso en la sección anterior (81-97). La fuerza ontológica de la cuantificación de segundo orden tiene que ver, en última instancia, con el rol del predicado. Si no es tarea de los predicados designar objetos, entonces la cuantificación no implica compromiso ontológico (91). Por ello Trueman dice que “podríamos haber llamado igualmente al realismo fregeano ‘nominalismo Fregeano’” (93). Hablar *de forma realista* es solo una forma de hablar. Propiamente, “el realismo fregeano *trasciende* la distinción nominalismo/realismo” (117).

El realismo fregeano considera que se puede extender la noción de propiedades como condiciones de satisfacción a los estados de cosas. Más específicamente, los estados de cosas son las condiciones de verdad de las oraciones. Por regla general, una propiedad  $n$ -ádica se vuelve un estado de cosas cuando se combina con  $n$  objetos. Los predicados  $n$ -ádicos (que refieren a las propiedades  $n$ -ádicas) se vuelven oraciones cuando son combinados con  $n$  términos singulares. Un estado de cosas sería una propiedad 0-ádica, es decir, el referente de una oración completa. Nótese, sin embargo, que las oraciones no refieren de la misma manera que los términos singulares. Ya se ha mencionado que términos singulares y predicados no refieren de la misma manera. El sentido de un término singular es el rol semántico que desempeña: seleccionar objetos. El sentido de un predicado es el rol semántico que desempeña: decir cosas de los objetos referidos por términos singulares. Algo análogo vale para las oraciones: dicen que las cosas son de tal-y-cual manera. Tal como un predicado monádico refiere a una propiedad porque tiene una condición de satisfacción, una oración refiere a un estado de cosas porque tiene una condición de verdad. La relación de referencia para oraciones se expresa de la siguiente manera:

$$(T) x \text{ es verdadera } \leftrightarrow \mathbf{P}$$

Donde  $x$  marca un espacio para un término singular y  $\mathbf{P}$  marca un espacio para una oración. De modo que, si se quiere decir a qué refiere “Sócrates es sabio”, hay que decir:

“Sócrates es sabio” es verdadera  $\leftrightarrow$  Sócrates es sabio

Si, en cambio, (T) expresa referencia para oraciones, ocurriría que solo hay dos estados de cosas: lo Verdadero y lo Falso, tal como ya lo había expresado Frege. Sin embargo, aunque esto parece funcionar bien en contextos extensionales, el realismo fregeano tiene que, eventualmente, lidiar con contextos intensionales. Por ello hay que hacer que (T) sea de grano más fino:

(T-Modal)  $\forall w (x \text{ es verdadero relativo a } w \leftrightarrow \mathbf{P} \text{ en } w)$

Esto vale al menos para contextos modales. Si la relación de referencia para oraciones es expresada por (T-Modal), entonces los estados de cosas *son* condiciones de verdad.

Ahora bien, para la caracterización de los referentes de las oraciones hay que introducir un nuevo predicado de orden superior ‘*SOA* (P)’. Para aproximarse a este predicado hay que preguntarse cómo expresar la identidad entre estados de cosas (recordar el eslogan quineano: no hay entidad sin identidad). Si se utiliza (T-Modal) para expresar referencia de oraciones, entonces dos oraciones son co-referenciales si y solo si son verdaderas relativas a los mismos mundos posibles. En consecuencia, hay que expresar la identidad de los estados de cosas de la siguiente manera:

(I-Modal)  $\Box(\mathbf{P} \leftrightarrow \mathbf{Q})$

Si se expresa de esta forma la identidad entre los estados de cosas, entonces el predicado ‘*SOA* (P)’ se escribe de esta manera:

(*SOA*)  $\exists Q \Box(\mathbf{P} \leftrightarrow Q)$

Esto dice *de* un estado de cosas que es idéntico con un estado de cosas. Por ejemplo:

$\exists Q \Box(\text{Sócrates es sabio} \leftrightarrow Q)$

Esto es, existe un estado de cosas *Q* tal que el estado de cosas en que Sócrates es sabio es idéntico a dicho estado de cosas *Q*.

Si los estados de cosas son entidades compuestas de propiedades y objetos, entonces es natural pensar en ellos como entidades complejas. ¿Cómo dar cuenta de esta complejidad? ¿qué significa que Sócrates sea *constituyente* de un estado de cosas *Q*? En primera instancia, que Sócrates sea constituyente de un estado de cosas *Q* significa que *Q* es el resultado de combinar a Sócrates con alguna propiedad *X* (la propiedad ser sabio, por ejemplo). Dicho de otra forma, hay una propiedad *X* tal que *Q* es idéntico al estado *X*(Sócrates). Más técnicamente, si se usa (I-Modal)  $\Box(\mathbf{P} \leftrightarrow \mathbf{Q})$  para expresar identidad entre estados de cosas, entonces se puede explicar qué significa que un objeto *x* sea constituyente de un estado *Q*:

(Const)  $x \text{ es un constituyente de } Q \leftrightarrow_{df} \exists X \Box(Xx \leftrightarrow Q)$

Es decir, un objeto  $x$  es constituyente de un estado de cosas  $Q$  si y solo si existe una propiedad  $X$  tal que, necesariamente,  $x$  siendo  $X$  es idéntico al estado de cosas  $Q$ . Para el caso de las propiedades ocurre lo mismo, pero las variables se ‘elevan’ a un nivel de orden superior. De esta manera queda especificada la estructura de los estados de cosas.

Hasta ahora ya se ha dicho que los estados de cosas son las condiciones de verdad de las oraciones, del mismo modo que las propiedades son las condiciones de satisfacción de los predicados. Según el realismo fregeano hay que tener la misma visión para las proposiciones. Las proposiciones también son las condiciones de verdad de las oraciones. Al igual que los estados de cosas, las proposiciones son los referentes de los predicados 0-ádicos (e.g. “ser sabio” es un predicado monádico que refiere a la propiedad *ser sabio*; “Sócrates es sabio” es el predicado 0-ádico, esto es, la oración, que refiere a la proposición *que Sócrates es sabio*). Las proposiciones también son entidades de orden superior a las que podemos hacer referencia con oraciones completas. El hecho de que tanto los estados de cosas como las proposiciones sean las condiciones de verdad de las oraciones lleva al realismo fregeano a una teoría de la verdad como identidad. Las proposiciones no corresponden con estados de cosas, las proposiciones *son* estados de cosas. Esta concepción ‘cierra la brecha’ que hay entre las proposiciones y la realidad.

### 3. EL RENDIMIENTO DEL REALISMO FREGEANO

Algunas consideraciones generales son pertinentes antes de continuar con las aplicaciones del realismo fregeano. Este proyecto es una contribución muy significativa al cambio de paradigma por el cual está pasando la metafísica. Muchos investigadores se están moviendo desde la ontología ‘plana’ y monista de Quine según la cual solo hay objetos, hacia una ontología fregeana de orden superior en la que la realidad está jerárquicamente estructurada en objetos, propiedades, propiedades de propiedades, proposiciones, etc. Tomando la expresión de Skiba (2021), “ser es ser el valor de una variable *de primer orden* o el valor de una variable *de orden superior*” (2). En específico, la obra de Trueman (2021) es una defensa ambiciosa y bien articulada de esta forma de neo-fregeanismo. Lo característico del enfoque de Trueman es que desarrolla una teoría de propiedades y proposiciones de orden superior a partir de consideraciones semánticas acerca de los términos, predicados y oraciones, y sus correlatos metafísicos, a saber, los objetos, las propiedades y las proposiciones. Las motivaciones de otros autores, en cambio, tienen que ver con la utilidad y poder expresivo de los lenguajes de orden superior, así como también evitar las paradojas que afectan las teorías de primer orden. En otras palabras, el realismo fregeano no está motivado de forma abductiva. Un argumento de ese estilo sostendría que, si los metafísicos suscriben

a la mejor teoría con virtudes como el poder para resolver puzzles y el realismo fregeano de hecho consigue resolver una serie de problemas metafísicos, entonces los metafísicos deberían ser realistas fregeanos (Button y Trueman, por aparecer). Este, sin embargo, no es el caso del realismo fregeano, pues esta teoría ni siquiera *resuelve* los problemas, sino que los *disuelve* como sinsentidos. Muchos de los ‘problemas’ son, en realidad, pseudo problemas que surgen porque se habla de las propiedades como si fuesen objetos. Esto, desde el punto de vista del realista fregeano, no tiene sentido. Corresponde, entonces, revisar algunas de estas disoluciones.

El puzzle que se encuentra latente en el núcleo del realismo fregeano es la paradoja del concepto (propiedad) *caballo*. Los términos singulares no refieren a propiedades, pero hay muchos enunciados (como ‘la propiedad *caballo*’) en los que se quiere hablar acerca de las propiedades refiriendo a ellas por medio de términos singulares, por lo que el término singular ‘la propiedad *caballo*’ no referiría a una propiedad sino a un objeto. Sin embargo, para el realismo fregeano “es un sinsentido cualquier intento de decir de un objeto lo que se puede decir de una propiedad, o viceversa” y estas dos maneras de decir cosas de objetos y de propiedades “no pueden ser mezcladas o combinadas” (80). Aplicar terminología de tipos puede mostrar el problema de otra forma. Considérese una teoría de tipos funcionales donde los tipos primitivos son *e* para términos y *t* para oraciones. Expresiones del tipo  $\langle e, t \rangle$  son las expresiones que se combinan con un término singular *e* para formar una oración *t* (i.e. el tipo de los predicados monádicos de primer orden). Hay que recordar que para el realismo fregeano estas distinciones de tipos aplican a las entidades. Cada entidad tiene un único tipo, de modo que las propiedades no son objetos, como ya se ha señalado. Entonces, el tipo de entidad denotada por la expresión “es caballo” de tipo  $\langle e, t \rangle$ , es decir, una propiedad, no puede ser denotada por un término singular de tipo *e*. Ninguna función de tipo  $\langle e, t \rangle$  puede tomar como argumento una propiedad. Se puede decir “ser una propiedad es algo distinto de ser un objeto”. Sin embargo, “ser una propiedad” es una expresión nominalizada de tipo *e*. Ahora bien, se puede intentar captar lo que el realista fregeano realmente quiere decir con “es una propiedad es algo distinto de ser un objeto”. Aun así, “es algo distinto de ser un objeto” es una expresión de tipo  $\langle e, t \rangle$ , de modo que solo puede tomar como argumentos expresiones de tipo *e*. Expresiones de tipo  $\langle e, t \rangle$  no pueden tomar como argumento expresiones de tipo  $\langle e, t \rangle$  (e.g. “es una propiedad”, como en este caso). Por otro lado, usar un símbolo de identidad no resuelve el problema. La identidad se define como identidad entre entidades del mismo tipo. Si las entidades que flanquean la identidad son de tipos distintos, entonces la expresión no está bien formada. Por eso, decir “las propiedades <sup>$\langle e, t \rangle$</sup>  son objetos <sup>$\langle e \rangle$</sup> ” no tiene sentido. A la inversa, tampoco tiene sentido decir “las propiedades <sup>$\langle e, t \rangle$</sup>  no son objetos <sup>$\langle e \rangle$</sup> ”. A

esto se refiere Trueman cuando dice que no se puede decir de un objeto lo que se puede decir de una propiedad (y viceversa).

El problema que muestra la paradoja del concepto caballo es que el realista fregeano ni siquiera puede articular precisamente su posición de que las propiedades no son objetos. Como en el *Tractatus*, el realista fregeano parece encontrarse con el límite de lo que puede decirse. La (di)solución de Trueman (2021) es tirar la escalera después de haberla subido. Los realistas fregeanos

Nos muestran el lío en el que nos metemos cuando tratamos de hablar así. Nos presentan lo que parece un argumento, cuya conclusión intermedia es que debemos establecer una distinción entre referencia de términos y referencia de predicados, y cuya conclusión final es que no podemos contarlos a ambos como dos tipos de ‘referencia’. Esta es una conclusión autodestructiva, y nuestra única opción es descartar todo el ‘argumento’ como un montón de sinsentidos. (122)

Ahora bien, todo este desarrollo no fue inútil. Los argumentos no han *dicho* nada, pero han contribuido a *mostrar* cómo se usa el lenguaje. Aunque se descarte todo el argumento como un sinsentido, gracias a este desarrollo ahora se conoce *cómo* se usa la palabra “referencia”, por ejemplo. Ahora se sabe que al decir que el predicado ‘*x* es caballo’ refiere, en realidad se está diciendo:  $\exists Y \forall y$  (*y* satisface ‘*x* es caballo’  $\leftrightarrow Yy$ ). Entonces, el realismo fregeano no debe verse como una doctrina, sino como una actitud no proposicional hacia problemas semánticos y metafísicos.

Otro puzle metafísico que es abordado por el realismo fregeano es el problema de los universales. ¿En virtud de qué dos objetos tienen la misma naturaleza? Si *a* y *b* son *F*, entonces hay algo que tienen en común. Por supuesto, el realista de propiedades dirá que *a* y *b* tienen la misma naturaleza *F* en virtud de que instancian la misma propiedad universal. El hecho de que *a* y *b* tengan *algo* en común se puede regimentar con una cuantificación de segundo orden:

$$(P_U) \exists X (Xa \wedge Xb)$$

Aunque tradicionalmente se considere que  $(P_U)$  cuantifica sobre universales, el realista fregeano sostiene que se trata de una cuantificación sobre propiedades fregeanas, es decir, condiciones de satisfacción. Dado que el realista fregeano suscribe al neutralismo acerca de las cuantificaciones de segundo orden, entonces no hay compromiso ontológico con universales.

Próximo al problema de los universales está el debate de los defensores de propiedades aristotélicas versus platónicas. Los primeros sostienen que las propiedades están localizadas espaciotemporalmente en sus instancias, mientras que los segundos creen que pueden existir propiedades sin instancias localizadas. Nuevamente, para el realista fregeano se trata de un pseudo problema que surge

por hablar de las propiedades como si fuesen objetos. Simplemente no tiene sentido decir que las propiedades pueden estar o no localizadas espaciotemporalmente. Sócrates está localizado espacialmente. El predicado “está localizado espacialmente” se puede decir de un objeto, como Sócrates. Esto, en cambio, no se puede decir de una propiedad. En efecto, se trata de un predicado monádico de tipo  $\langle e, t \rangle$ , que solo puede tomar como argumento expresiones de tipo  $e$  que designan objetos. El realista fregeano insiste: lo que se puede decir de un objeto no se puede decir de una propiedad (y viceversa). Decir “es caballo está localizado espacialmente” sería un sinsentido porque el predicado “está localizado espacialmente” no puede tomar como argumento otra expresión del mismo tipo—i.e. “es caballo”. Cualquiera sea el tipo de expresión, siempre toma como argumento expresiones (entidades) de un tipo ‘anterior’ o ‘inferior’ en la jerarquía de tipos. Si no tiene sentido decir que las propiedades están o no localizadas espaciotemporalmente, entonces este problema queda disuelto (Trueman 2021, 138; Jones 2017).

El realismo fregeano de Trueman (2021, 177-182, 199-201) también pretende dar cuenta del problema de la unidad de la proposición. ¿En virtud de qué se unen los constituyentes de una proposición estructurada? Recuérdese que las proposiciones son estados de cosas, de modo que la unificación de las proposiciones vale también para los estados de cosas. Considere el siguiente estado de cosas/proposición:

(1) [Valentina es más vieja que Diego]

Por supuesto, no todos estos elementos son objetos. Las propiedades no son objetos. El mismo estado de cosas/proposición [Valentina es más vieja que Diego] tampoco es un objeto, sino un existente de orden superior. De modo que, en primer lugar, no hay que buscar un ‘pegamento metafísico’ que unifique tres objetos: Valentina, la relación *ser más vieja que*, y Diego. Más bien hay que dar con otra estrategia para mostrar qué relación unifica a Valentina, Diego y la relación *ser más vieja que* en un *único* estado de cosas. Para ello debe usarse una relación de esta forma:

(2)  $U$  (Valentina, Diego, ser más vieja que, Valentina es más vieja que Diego)

En esta expresión, el predicado “ser más vieja que” es diádico, por lo que los dos argumentos de la relación no pueden estar ‘colgando’:

(3)  $U$  (Valentina es más vieja que Diego, Valentina es más vieja que Diego)

La noción de que Valentina, Diego y la relación *ser más vieja que* forman el estado de cosas/proposición [Valentina es más vieja que Diego] se ha convertido en la noción de que el estado de cosas/proposición [Valentina es más vieja

que Diego] tiene una cierta relación consigo mismo. La relación que resulta relevante aquí es, presumiblemente, la de identidad. Y para expresar identidad entre estados de cosas se ha utilizado (I-Modal)  $\Box(P \leftrightarrow Q)$ . Así, (3) se escribe de este modo:

(4)  $\Box$  (Valentina es más vieja que Diego  $\leftrightarrow$  Valentina es más vieja que Diego)

De esta manera, finalmente, que Valentina, Diego y la relación *ser más vieja que* forman un estado de cosas se ha reducido a una cuestión trivial. La identidad es trivialmente reflexiva. Entonces, el problema de la unidad de los estados de cosas/proposiciones se disuelve como un pseudo problema que surge por pensar en las propiedades, relaciones, proposiciones y estados de cosas como si fuesen objetos.

Esta disolución se hace problemática porque Trueman (2021) también propone que las proposiciones se unifican vía predicación:

Todas las versiones principales del constituentismo son construidas sobre la idea fundamental de que las proposiciones se unen a través de la predicación: la proposición de que Sharon es divertida predica la diversión de Sharon; eso nos da el sentido en el que la diversión y Sharon son los constituyentes de esa proposición. (177)

El constituentismo es, según Trueman, la idea de que las proposiciones son ‘construidas’ a partir de sus constituyentes. Se trata de la noción de inspiración russelliana de que la proposición *Sharon es divertida* tiene como constituyentes a Sharon y la propiedad de *ser divertida*, y la predicación une tales elementos. Desde el realismo fregeano se propone usar ‘*Pred*’ para expresar la relación entre las proposiciones y sus constituyentes:

(5) *Pred* (*a*, Sócrates, sabiduría)

El problema con (5) es que “sabiduría” es una expresión que refiere a un objeto. De modo que se estaría predicando un objeto de otro objeto, lo cual es un sinsentido. La predicación es la adscripción de una propiedad a un objeto, no la adscripción de un objeto a otro objeto.<sup>6</sup> “*Pred*” debe leerse como un predicado de nivel mixto:

(6) *Pred* (*x*, *y*, **Z**)

Aquí “**Z**” marca un espacio para predicados, no para términos singulares. En consecuencia, (5) debe escribirse ahora como (7).

<sup>6</sup> De hecho, si se reemplaza “sabiduría” por cualquier otro término singular también se incurre en dificultades. Por ejemplo: *Pred* (*a*, Sócrates, Platón). ¿En qué consistiría predicar a Platón de Sócrates? No tiene sentido.

(7) *Pred* (*a*, Sócrates, es sabio)

La lectura que el realista fregeano hace de (7) es la siguiente. Si “es sabio” aparece como un predicado, entonces debe cumplir el rol semántico que le corresponde, a saber, decir algo de un objeto. Entonces, en (7) “es sabio” se dice de Sócrates, contenido que es, precisamente, adscrito a la proposición *a*. Ahora bien, Sócrates y la propiedad *ser sabio* aparecen como dos argumentos separados de *Pred*, pero “es sabio” se está usando para decir algo de Sócrates. Para mayor precisión, entonces, hay que escribir:

(8) *Pred* (*a*, Sócrates es sabio)

Aquí se expresa lo que la proposición *a* predica de Sócrates predicándolo realmente de él.

Esta posición defendida por el realista fregeano es plausible. De hecho, muchas aproximaciones contemporáneas a las proposiciones estructuradas sugieren unificarlas por medio de la predicación. Ahora bien, se supone que, si las proposiciones son estados de cosas, entonces una solución al problema de la unidad debe dar cuenta, al mismo tiempo, de la unidad de los estados de cosas y de las proposiciones. El realismo fregeano, sin embargo, parece ofrecer dos soluciones distintas. Una aproximación para solucionar la unidad de los estados de cosas/proposiciones *qua* estados de cosas es mediante el uso de (I-Modal). De modo que se trataría de la unificación *de los estados de cosas* vía relación de identidad. Por otro lado, parece ofrecerse otra solución para la unidad de los estados de cosas/proposiciones *qua* proposiciones. En tal caso, se apelaría a la predicación utilizando el predicado de nivel mixto ‘*Pred* (*x*, *y*, **Z**)’.

De esta manera, existe una solución al problema de la unidad vía relación de identidad, pero también hay una solución vía predicación. ¿Por qué ofrecer dos soluciones distintas si los estados de cosas y las proposiciones son una y la misma cosa? Tiene sentido que en la unificación de los estados de cosas no haya predicación, por ejemplo. Claramente la predicación no parece tener lugar en los estados de cosas si es que se considera la predicación como algo exclusivo de las proposiciones (o incluso de los agentes que conciben proposiciones (cf. Soames 2014)). Sin embargo, reconocer este hecho solo profundiza las dificultades. Si se ofrecen dos soluciones diferentes para unificar el mismo tipo de entidad (estados de cosas/proposiciones) entonces parece que se ha encontrado un motivo para nuevamente ‘abrir la brecha’ entre las proposiciones y el mundo (estados de cosas). Después de todo se trataría de distintos tipos de entidad.

#### 4. CONCLUSIONES

Con todo este desarrollo se ha cumplido el propósito de este estudio. Se han presentado los antecedentes relevantes de la metafísica de orden superior y, específicamente, del realismo fregeano. Se vio que los motivos por los cuales la lógica se volvió de primer orden tenían que ver, por un lado, con la fundamentación de las matemáticas y, por otro lado, con la influencia de Quine. Los antecedentes directos del realismo fregeano comenzaron precisamente como una reacción a la idea de que las cuantificaciones implican compromisos ontológicos. También se vio que se requiere la lógica de orden superior para expresar oraciones que no pueden ser formalizables en lenguaje de primer orden. Además, los lenguajes de orden superior son indispensables para evitar paradojas de generalidad absoluta.

Una vez especificado este marco referencial, se pudo apreciar más claramente el proyecto del realismo fregeano. La idea es que la realidad está estructurada en tipos de entidades denotadas por las expresiones correspondientes: objetos denotados por términos, propiedades por predicados y proposiciones/estados de cosas por oraciones. Cada entidad tiene un único tipo así que ninguna propiedad es objeto. La distinción es excluyente: ni siquiera se pueden comparar.

Con esto se mostró que muchos de los problemas de la metafísica se pueden disolver como sinsentidos. Los puzzles que se mostraron fueron la paradoja del concepto caballo, el problema de los universales, el debate sobre la localización de las propiedades y el problema de la unidad de la proposición. Acerca de este último se comentó que es cuestionable que para lo que se supone es un mismo tipo de entidad (proposiciones/estados de cosas) se propongan formas de unificación distintas.

Todavía hay muchos aspectos del realismo fregeano que no han sido articulados de manera completa. Por ejemplo, la mayoría de este desarrollo se explica en términos puramente extensionales. No se ha dado cuenta del caso de las actitudes proposicionales (i.e. contextos intensionales). Sin embargo, no hay que criticar una obra por lo que no contiene. Además, es obvio que el realismo fregeano—así como también la metafísica de orden superior en general—es un proyecto en desarrollo y es imposible cartografiar por completo un terreno no explorado.

## BIBLIOGRAFÍA

- Bacon, Andrew. *A Philosophical Introduction to Higher-Order Logics*. New York and London: Routledge, 2023.
- Boolos, George. "Nominalistic Platonism." *Philosophical Review* 94, no. 3 (1985): 327-344.
- Boolos, George. "To Be Is to Be a Value of a Variable (or to Be Some Values of Some Variables)." *Journal of Philosophy* 81 (1984): 430-439.
- Button, Tim, y Robert Trueman. "A Fictionalist Theory of Universals." In *Higher-Order Metaphysics*, edited by Peter Fritz and Nicholas K. Jones. Oxford University Press, forthcoming.
- Eklund, Matti. "On How Logic Became First-Order." *Nordic Journal of Philosophical Logic* 1 (1996): 147-67.
- Ewald, William. "The Emergence of First-Order Logic." The Stanford Encyclopedia of Philosophy, Spring 2019 Edition. Edward N. Zalta (ed.). URL: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/logic-firstorder-emergence/>.
- Fritz, Peter, y Nicholas K. Jones. *Higher-Order Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press, forthcoming.
- Gödel, Kurt. "On Formally Undecidable Propositions of Principia Mathematica and Related Systems I." In Gödel 1986, pp. 145-195. Originally published as "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia mathematica und verwandter Systeme I", *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38 (1931): 173-198.
- Gödel, Kurt. *Collected Works, vol. I*. Oxford University Press, 1986.
- Hilbert, David, and Ackermann, Wilhelm. *Grundzüge der Theoretischen Logik*. Berlin: J. Springer, 1928, 2nd edn.
- Jones, Nicholas K. "A Higher-Order Solution to the Problem of the Concept Horse." *Ergo: An Open Access Journal of Philosophy* 3 (2016): 132-166.
- Jones, Nicholas K. "Nominalist Realism." *Nous* (2017): 1-28.
- King, Jeffrey, Scott Soames, and Jeff Speaks (eds.). *New Thinking About Propositions*. Oxford: Oxford University Press, 2014.
- Lederman, Harvey. "Higher-Order Metaphysics and Propositional Attitudes." In *Higher-Order Metaphysics*, edited by Peter Fritz and Nicholas K. Jones. Oxford University Press, forthcoming.
- Löwenheim, Leopold. "On Possibilities in the Calculus of Relatives." In *From Frege to Gödel*, edited by Jean van Heijenoort, pp. 228-251. Originally published as "Über Möglichkeiten im Relativkalkül", *Mathematische Annalen* 76 (1915): 447-470.
- Moore, Gregory H. "Beyond First-Order Logic: The Historical Interplay Between Mathematical Logic and Axiomatic Set Theory." *History and Philosophy of Logic* 1 (1980): 95-137.

- Moore, Gregory H. "The Emergence of First-Order Logic." In *History and Philosophy of Modern Mathematics*, edited by William Aspray and Philip Kitcher, pp. 95–135. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1988.
- Prior, Arthur N. *Objects of Thought*. Oxford: Clarendon Press, 1971.
- Quine, Willard Van Orman. *From a Logical Point of View*, 2nd edn. New York: Harper & Row, 1961.
- Quine, Willard Van Orman. *Philosophy of Logic*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1970.
- Rayo, Agustin, and Stephen Yablo. "Nominalism through De-nominalization." *Nous* 35, no. 1 (2001): 74–92.
- Shapiro, Stewart. *Foundations Without Foundationalism*. Oxford: Clarendon Press, 1991.
- Sider, Ted. "Crash Course on Higher-Order Logic." Teaching document, 2022.
- Sider, Ted. "Higher-Order Metametaphysics." En curso de publicación.
- Skiba, Lukas. "Higher-Order Metaphysics." *Philosophy Compass* 16, no. 10 (2021).
- Skolem, Thoralf. "Some Remarks on Axiomatized Set Theory." In *From Frege to Gödel*, edited by Jean van Heijenoort, pp. 290–301. Originally published as "Einige Bemerkungen zur axiomatischen Begründung der Mengenlehre", Matematikerkongressen i Helsingfors den 4–7 Juli 1922, Den femte skandinaviska matematikerkongressen, Redogorelse, Akademiska Bokhandeln, Helsinki, 1922, pp. 217–232.
- Soames, Scott. "Cognitive Propositions." In *New Thinking About Propositions*, edited by J. King, S. Soames, and J. Speaks, pp. 91–124. Oxford University Press, 2014.
- Trueman, Robert. *Properties and Propositions: The Metaphysics of Higher-Order Logic*. Cambridge: Cambridge University Press, 2021.
- van Heijenoort, Jean. *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967.
- Williamson, Timothy. "Everything." *Philosophical Perspectives* 17 (2013): 415–65.
- Williamson, Timothy. *Modal Logic as Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press, 2013.